Dipl. Math. Thomas Oberländer

Mathematik-Brückenkurs
Übung 12
Musterlösung

1. Bestimmen Sie die Stammfunktion der folgenden Funktionen:

a)	$\sin(2x)$	$-\frac{1}{2}\cos(2x)$
b)	$\frac{2}{x+1}$	$2\ln(\lvert x+1\rvert)$
c)	$e^{(3x+2)}$	$\frac{1}{3}e^{(3x+2)}$
d)	$\frac{1}{2x+3} + \frac{3}{x-5}$	$\frac{1}{2}\ln(\lvert 2x+3\rvert)+3\ln(\lvert x-5\rvert)$
e)	$\frac{2x}{x^2+1}$	$\ln(x^2+1)$
f)	$\frac{3x}{x^2+1}$	$=\frac{3}{2}\frac{2x}{x^2+1}\Rightarrow\frac{3}{2}\ln(x^2+1)$
g)	$\frac{4x+4}{x^2+2x-1}$	$=2\frac{2x+2}{x^2+2x-1}\Rightarrow 2\ln(x^2+2x-1)$
h)	$\frac{2x^3+3x^2-5}{x^2-1}$	$=2x+3+\frac{2}{x+1}\Rightarrow x^2+3x+2\ln(\lvert x+1\rvert)$

Dipl. Math. Thomas Oberländer

2. Berechnen Sie das bestimmte Integral (Fläche unter der Funktion)

a)	$\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1} dx$	$[\ln(\lvert x+1 \rvert)]_0^{e-1} = \ln(e-1+1) - \ln(0+1) = 1$
b)	$\int_0^{e} \frac{2x+3}{x^2+3x+e} dx$	$\ln(\lvert x^2+3x+e \rvert)_0^e = \ln(e^2+4e) - \ln(e)$ $= \ln(e \cdot (e+4)) - 1 = \ln(e) + \ln(e+4) - 1$ $= \ln(e+4)$
c)	$\int_0^{2} \frac{4x^2+4x+2}{2x+1} dx$	$= 2x+1+\frac{1}{2x+1}$ $\Rightarrow [x^2+x+\frac{1}{2}\ln(\lvert 2x+1 \rvert)]_0^2$ $= 4+2+\frac{1}{2}\ln(5) - (0+0+\frac{1}{2}\ln(1))$ $= 6+\frac{1}{2}\ln(5)$