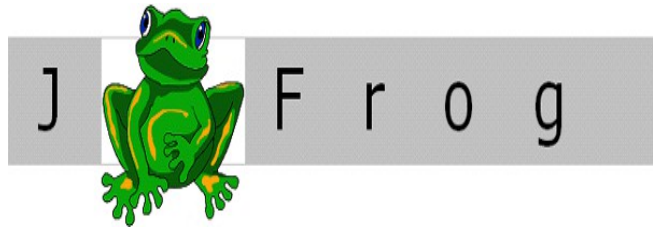


Mathematik-Brückenkurs
Übung 12
Musterlösung

1. Bestimmen Sie die Stammfunktion der folgenden Funktionen:

a)	$\sin(2x)$	$-\frac{1}{2} \cos(2x)$
b)	$\frac{2}{x+1}$	$2 \ln(x+1)$
c)	$e^{(3x+2)}$	$\frac{1}{3} e^{(3x+2)}$
d)	$\frac{1}{2x+3} + \frac{3}{x-5}$	$\frac{1}{2} \ln(2x+3) + 3 \ln(x-5)$
e)	$\frac{2x}{x^2+1}$	$\ln(x^2+1)$
f)	$\frac{3x}{x^2+1}$	$= \frac{3}{2} \frac{2x}{x^2+1} \Rightarrow \frac{3}{2} \ln(x^2+1)$
g)	$\frac{4x+4}{x^2+2x-1}$	$= 2 \frac{2x+2}{x^2+2x-1} \Rightarrow 2 \ln(x^2+2x-1)$
h)	$\frac{2x^3+3x^2-5}{x^2-1}$	$= 2x+3 + \frac{2}{x+1} \Rightarrow x^2+3x+2 \ln(x+1)$



2. Berechnen Sie das bestimmte Integral (Fläche unter der Funktion)

a)	$\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1} dx$	$[\ln(x+1)]_0^{e-1} = \ln(e-1+1) - \ln(0+1) = 1$
b)	$\int_0^e \frac{2x+3}{x^2+3x+e} dx$	$\begin{aligned} \ln(x^2+3x+e)_0^e &= \ln(e^2+4e) - \ln(e) \\ &= \ln(e \cdot (e+4)) - 1 = \ln(e) + \ln(e+4) - 1 \\ &= \ln(e+4) \end{aligned}$
c)	$\int_0^2 \frac{4x^2+4x+2}{2x+1} dx$	$\begin{aligned} &= 2x+1 + \frac{1}{2x+1} \\ &\Rightarrow \left[x^2+x + \frac{1}{2} \ln(2x+1) \right]_0^2 \\ &= 4+2 + \frac{1}{2} \ln(5) - (0+0 + \frac{1}{2} \ln(1)) \\ &= 6 + \frac{1}{2} \ln(5) \end{aligned}$